Contrôle écrit L2

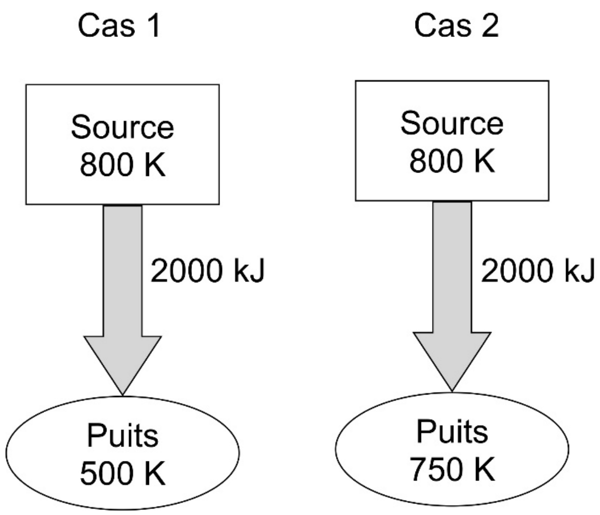
Énergie, entropie et information

Durée 45 mn, calculatrices autorisées

Pour ces QCM, cocher la case si ce qui est indiqué est exact. Ne pas cocher si c'est faux. Attention plusieurs réponses peuvent être exactes.

Exercice 1

On considère une source de chaleur à 800 K qui cède 2000 kJ de chaleur à un puits de chaleur qui peut être à 500K (cas 1) ou 750 k (cas 2).



♥ L'entropie est une fonction d'état

☐ La variation d'entropie de la source est de 5 kJ/K

♥ La variation d'entropie du cas 1 est de 1,5 kJ/K

☐ La transformation la plus irréversible est celle correspondant au cas 2

☐ Si l'on faisait une machine de Carnot entre la source chaude et la source froide, le rendement maximal attendu serait de 60% dans le cas 1.

♥ Si l'on faisait une machine de Carnot entre la source chaude et la source froide, le rendement maximal attendu serait de 6,25% dans le cas 2.

Solution

$\Delta S_{\text{source}} = \dfrac{-2000\text{kJ}}{800\text{K}} = -2,5\text{kJ/K}$

Cas 1. $\Delta S_{\text{puits}} = \dfrac{2000\text{kJ}}{500\text{K}} = +4,5\text{kJ/K}$ $\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{source}} + \Delta S_{\text{puits}} = 1,5\text{kJ/K}$

Cas 2. $\Delta S_{\text{puits}} = \dfrac{2000\text{kJ}}{750\text{K}} = +2,7\text{kJ/K}$ $\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{source}} + \Delta S_{\text{puits}} = 0,2\text{kJ/K}$

Cas 2 est moins irréversible que cas 1

$\eta = \dfrac{T_{\text{Source}} - T_{\text{Puits}}}{T_{\text{Source}}} = 37,5\%$(cas 1) et 6,25% (cas 2)

Exercice 2

Les niveaux d'énergie d'un oscillateur harmonique à 3 dimensions sont donnés par :

$$\varepsilon_{n_x,n_y,n_z} = \left(n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega$$

Où $\hbar = h/2\pi$ (h est la constante de Planck) et ω la pulsation de l'oscillateur. n_x, n_y, n_z sont les trois nombres quantiques qui sont des entiers supérieurs ou égal à zéro.

♥ On peut écrire $\varepsilon_{n_x,n_y,n_z} = \left(n + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega$ où n est un nombre entier positif ou nul

♥ La dégénérescence du niveau d'énergie $n = 3$ est égale à 10

☐ La dégénérescence du niveau d'énergie $n = 5$ est dégénéré 19 fois

---

Solution

$n = 3$ (1,1,1) =1 état (2,1,0) = 6 états (3,0,0) = 3 états dégénérescence = 10

$n = 5$ (5,0,0) = 3 états (4,1,0) = 6 états (3,2,0) = 6 états (3,1,1) = 3 états

(2,2,1)=3 états dégénérescence = 21

En général la dégénérescence est donnée par $\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$

Exercice 3

22 garçons veulent faire deux équipes de football de 11 joueurs chacune. De combien de manières peuvent-ils procéder ?

☐ 705 432

♥ 352 716

☐ 3 879 876

Solution

L'ordre des équipes n'a pas d'importance donc :

$$\frac{22!}{11!11!2!} = \frac{C_{22}^{11}}{2!} = 352716$$

Exercice 4

On considère une cible constituée d'un ensemble de quatre cercles concentriques de rayon *R, 2R, 3R* et *4R.* On envoie des flèches sur cette cible en supposant que tous les points d'impacts sont équiprobables. Le domaine 1 contient les points situés entre $0 \le r \le R$, le domaine 2 correspond aux points tels que $R \le r \le 2R$, le domaine 3 à $2R \le r \le 3R$, et le domaine 4 à $3 \le r \le 4R$. Soit P_i la probabilité pour qu'une flèche touche le domaine i.

♥ $P_2 = \frac{3}{16}$

☐ $P_4 = \frac{9}{16}$

♥ $S = 1,21 k_{\mathrm{B}}$

Surfaces πR^2, $3\pi R^2$, $5\pi R^2$, $7\pi R^2$. Surface totale $16\pi R^2$,

$P_2 = \frac{3}{16}$ $P_4 = \frac{7}{16}$. $S = -k_{\mathrm{B}} \sum_{i=1}^{4} P_i \ln P_i = 1,21 k_{\mathrm{B}}$

Exercice 5

18 personnes se sont présentées à une collecte de sang. Parmi celles-ci :
11 personnes sont du groupe O
4 personnes du groupe A
2 personnes du groupe B
1 personne du groupe AB
On prélève après la collecte 3 flacons au hasard parmi les 18 flacons récoltés.

- ♥ Il y a 816 prélèvements possibles
- ♥ La probabilité que les flacons appartiennent au même groupe est de 0,207
- ♥ La probabilité pour qu'aucun flacon soit du groupe A est $\frac{113}{204}$
- ♥ La probabilité pour que le sang des trois flacons soit de groupes différents est $\frac{27}{136}$

Solution

$C_{18}^{3} = 816$ prélèvements possibles

Les groupes B et AB sont à éliminer car 1 ou 2 personnes. Le groupe O a $C_{11}^{3} = 165$ possibilités

Pour le groupe A il y a $C_4^3 = 4$ possibilités. La probabilité est $P = \frac{165+4}{816} = 0,207$

La probabilité pour qu'il n'y ait aucun flacon du groupe A est

$P(\overline{E}) = \frac{C_{14}^{3}}{C_{18}^{3}} = \frac{91}{204}$ P(E)=1-$P(\overline{E}) = \frac{113}{204}$

Pour avoir 3 groupes différents :

O,A,B =11*4*2=88

O,A,AB=11*4*1=44

O,B,AB=11*2*1=22

A,B,AB=4*2*1=8

$$P = \frac{88+44+22+8}{816} = \frac{162}{816} = \frac{27}{136}$$